和算問題の教材化
―吉田光由「塵劫記」の「百五減算」について―

山本　景一

１．はじめに

本研究では、江戸時代に発展を見る我が国独自の数学である和算を算数科授業の教材に活用して、その有効性について論じる。和算を教材化し、算数学習に活用しようとする動きは以前からもあったが、近年、江戸時代に発展した和算が、その数学的な面と文化的な面の両方であらためて見直されている。

和算の問題を現代風にアレンジし、小学生を対象に調査を実施した結果、「図や表を用い、問題の構造を把握しながら解こうとする態度が身に付いてくることで、数学的な考え方が育成され、算数に好意的な児童を育てることができる」という一つの仮説にも至っている。

和算では、答えや答えを求める方法（例えば“式”）を知っていても、その解き方が分からないと問題を理解したとはいえないという認識（「遺題継承」の風習）があった。見方を変えると、和算の問題を解くということは、図や表からきまりを見つけ自ら式化する力が求められるということである。

本稿では、数学的な考え方を内包する和算書(1)「塵劫記」などに記載されている中の遊戯的な問題、具体的には「百五減算」の教材化について論じる。

学習指導要領数学科総括目標には、「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」とあり、「数学的活動」の捉えとして、ⅰ)具体物を用いた直接的活動　ⅱ)絵や図を用いた間接的活動　（という手を使って考えることの重要性）　ⅲ)表やグラフを用いた間接的活動　ⅳ)式・記号を用いた抽象的活動　という４点を学生には要求して、和算の問題を考えてもらうようにしている。

問題が解けたとき、江戸人と 21 世紀の今を生きる子どもたちとの歴史的対話が、200～300 年の時空間を経て成立した瞬間であると言えば、言い過ぎであろうか。

教材化・数学化について Hans Freudenthal は、次のように主張している。

「How should children learn?, in particular mathematics, which I immediately change into “How do people learn?”, which is the proper question, and the way to answer it would be; By observing learning processes, analyzing them and reporting paradigms ― learning processes within the total educational system, learning processes of pupils, groups, classes, teachers, school teams, councilors, teacher students, teacher trainers, and of the observers himself.

Observing involves analyzing, by which I don’t mean averaging or applying other Statistical procedures nor fitting the observational data into preconceived patterns of developmental psychology, Grasping “how people do learn” would be a first step towards solving the every day problems of practitioners. Grasping “how to teach learning”, and “building a learning theory”, should be based on evidence, rather than on preconceives ideas.」

江戸の数学としての和算を子どもたちに届けようと教材化・数学化する際の Hans Freudenthal の大事な言葉である。

２．和算とその教材化への示唆

和算にある問題を教材化するにあたり（2）藤井は、次のように述べている。

「和算とは何かについて、浮かび上がってくる全体像から次のような立場に立ちたい。即ち、①和算は数学である　②和算は実用の学である　そしてもう一つ、19 世紀初頭から中期にかけて、広範な一般民衆層への算額奉納の習慣浸透も加えて、③和算は大衆文化である　を加えておきたい。この③については、隣国中国(明、清)での数学の広まりが、執政者と周辺特権階級層に留まったことに比して、和算の場合、都市部一般民衆は無論広く農民層にまで浸透して、大衆文化としても成立している。「民族の血がもつ審美性、思想、伝統等、ユングの言う集合的無意識」のようなものが成熟して、数学に潜む審美性、普遍性、合理性を受け入れる素地ができていたのである。

この研究は、算額絵馬も含めた和算全体の中から、小・中・高校生のニーズに応じた和算問題を探し出し、それを教材化して子どもに提供することを目的としている。和算に限らず教材化という作業はある種の矮小化作業である。特に和算は教材化の歴史そのものが

浅いので要注意となる。その教材化に関して、次の二つの注意点が指摘できる。

第１に教材化する前の素材は、おそらく世界史的な数学発展の過程で生まれてきたものであるから、発達段階の子どもに合わせて食べ易くするというだけの発想では本筋を見失ってしまう。例えば円周率の教科書記述は、遠くアルキメデスが追い求めた円周率は言うに及ばず、日本においては、吉田光由や村松茂清らが追い求めた円周率等の史実をもとに教材化されたものである。そのようなことを知らなくても、子どもへの指導は可能であるが、知って実際に体得することによって、より印象的に、より効果的に深い理解へと子どもを誘うための教材化が可能となる。

第２に、めざす教材化の目的が、大衆文化としての成熟を果たした和算の今日的に再構築を狙っているとしたら、それはそのまま袋小路に入っていくこととなることも危惧しなければならない。中国からの影響を基盤としながらも、潜入宣教師たちが持ち込んだ当時世界最先端の数学との出会いが、和算の誕生から成立へと成長を遂げるのである。しかし、国内政治の圧力の中で一旦は地下に潜るが、やがて圧力の緩和と共に成熟し、他国に例を見ない大衆文化としても花を開かせたのである。教材化においては、そんな我が国の数学文化の一端を子どもに触れさせることになるが、問題を解読し解いてみることの中で、歴史の重みなども体感されていくことが重要なのである。

さらに、和算の教育的価値と限界というか、和算そのものが到達しえなかった限界ともいえる宿命的限界について捉えておきたい。

洋算のｘ、ｙ、ｚやα、β、γに相当する例えば甲、乙、丙のように、「文字をもって数字に代えるという着想」にまで辿り着いておきながら、「文字をもって関係や演算を表すという着想」には、和算は辿り着けていない。即ち、記号としての「等号とカッコ」それに「＋、ー、$\sqrt{\ }$」などの記号を生み出すことができなかったのである。算聖と謳われた関孝和にしてもしかりである。「等号とカッコ」がなければ、公式を導き出すことが困難であり、「公式は生み出した発見者より賢い」と言われるが、発見者が公式に込めた意味以上のものをそこから紡ぎ出せるからである。西洋における近代数学の発展は、その「等号とカッコ」への到達と、さらには「＋、－、$\sqrt{\ }$」等への創造によって、急速に発展していったと言っても過言ではない。　　－中略－

現行の指導要領の理念が既にあり、改訂指導要領に向けた理念上の文言も具体性を帯び始めている昨今、簡単な加減法から微・積分に至るおそらく現行カリキュラム（小１から高3年に至るカリキュラム）に疲れて、ポロポロこぼれ落ちていく子どもたちを直視してほし

い。現行カリキュラムとの関連は軽微で、そこから離散の状態に近い和算の今果たすべき役割もあろう。

和算の諸問題をそのまま或いは教材化して現代に蘇らせることも重要ではあるが、現行カリキュラム下における数理を考える際、和算的に思考することの方がむしろ重要であろう。ではその和算的思考法とは何か。「直観と論理」で言えば直観重視の思考であり、「具体と抽象」で言えば具体重視の思考ということになる。この二つは分離できるものではなく、相互に関連しながら育てていくべきものであるが、和算の諸問題に直面した際には、なくてはならない考え方でもある。

和算的思考の対極にあるはずの洋算的思考も明らかにすべきだが、和算的思考法の特色をなす直観重視の思考と具体重視の思考は、実は洋算にとっても重要な思考方法である。だから、和算と洋算を区別すること自体、ナンセンスなのである。そうは言っても、高度な受験技術にもとづく算数・数学教育が闊歩する今日的状況下において、今一度「直観と具体」の重視でもって子どもたちに向き合うことは、現状の行き詰まりの打開に繋がる一つの切口になるのではないか。『今なぜ和算なのか』の意味することを、そのように捉えている。」

３．吉田光由の「塵劫記」にある百五減算について

小学校第３学年でわり算を学習する。わり算は、仮商を立て、不都合が起きれば商の立て直しをするという子どもにとっては面倒な作業となる。ましてや余りのあるわり算となるとさらに子どもたちは嫌いになっていく。そこで、子どもたちに余りのあるわり算を好きになってもらえないかと、吉田光由の「塵劫記」にある「百五減算」に注目した。

「百五減算」は、次のような問題である。

百五減算

百五減算ははし
たを聞(きき)て
惣(そう)数(すう)
を知る術(すべ)
なり。たとへば人
懐中(かいちゅ
う)に銭(ぜに)を
隠(かく)し持(も
ち)、七文(しちも
ん)づつ引(ひく)
ときは二文のこ
る。又(また)五文
づつ引(ひく)と
きは一文のこる。
又(また)。三文づ
つ引(ひく)とき
は二文のこる。惣

[3]和算用

語集(西田知己著研成社 2005.10)の百五減算(ひゃくごげんざん)　には次のような説明がある。

「『塵劫記』の〝百五げんざんという事“に「碁石あるいは８６あるときに、この８６の数を知らずして、この数何程あるというときに、まず７ずつ引くときに、残る半２つあるという。また５ずつ引くときに残る半に１つあるという。また３ずつ引くときには残る半２つあるという。この半ばかりを聞て、此のかずをいうなり。８６あるというなり。法に７ずつのとき半１つを１５の算用に入れ３０とおき、また５ずつの半１つを２１と入れて置き、また３ずつの時の半を１つを７０ずつの算用にして１４０と入れて３口合１９１あるとき、１００にあまるときには１０５払い、のこり８６有りという也」とある。

この問題のように、答を出すときに７と５と３の最小公倍数１０５を引けるだけ引くことから百五減算と呼ばれた。

同様の問題で、六十三減算、三百十五減算というものもある。これらの問題は、不定方程式の問題で、翦管術（せんかんじゅつ）の解法と同じである。

$\boxed{\text{解説１}}$　７個ずつ取ったときの余りに１５をかける。　２×３×５×１＝３０

５個ずつ取ったときの余りに２１をかける。　１×７×３×１＝２１

３個ずつ取ったときの余りに７０をかける。　２×５×７×２＝１４０

３０+２１+１４０＝１９１　ここから１０５をひけるだけひく。

１９１－１０５＝８６

８６から１０５はひけないので、答えは８６個となる。

$\boxed{\text{解説２}}$　上の『塵劫記』の問題は７で割ると２余り、５で割ると１余り、３で割ると２余る数を求めるものであるから、現代的な解法で考えると、石の総数をＮとし、７でわったときの商をｘ、余りを a、５でわったときの商をｙ、余りを b、３でわったときの商を z、余りをｃとすると、

まず、７でも５でも割り切れ、３で割ると１余る数を求める。

Ｎ＝７ｘ+a ・・・①　　Ｎ＝５ｙ+ｂ・・・②　　Ｎ＝３ｚ+ｃ・・・③

①×１５　１５Ｎ＝１０５ｘ+１５a・・・①'

②×２１　２１Ｎ＝１０５ｙ+２１ｂ・・・②'

③×７０　７０Ｎ＝２１０ｚ+７０ｃ・・・③'

①+②+③＝

（１５Ｎ+２１Ｎ+７０Ｎ）＝１０５ｘ+１０５ｙ+２１０ｚ+１５a+２１b+７０ｃ

１０６Ｎ＝１０５ｘ+１０５ｙ+２１０ｚ+（１５a+２１b+７０ｃ）

　　Ｎ＝１０５ｘ+１０５ｙ+２１０ｚ－１０５Ｎ+（１５a+２１b+７０ｃ）

よって　１０５Ｎ＝１０５（ｘ+ｙ+２ｚ－Ｎ）+（１５a+２１b+７０ｃ）

これから　　Ｎ＝（１５a+２１b+７０ｃ）－１０５（Ｎ－ｘ－ｙ－２ｚ）

Ｎ－ｘ－ｙ－２ｚは整数だから

１５a+２１b+７０ｃ　から１０５の倍数をひけるだけひけばＮが求められる。

今、a=２、　ｂ＝１　ｃ＝２　と与えられているので、

１５a+２１b+７０ｃ＝３０+２１+１４０＝１９１

１９１は、この問題の条件を満たす数である。

これから１０５をひくと、あまりは８６。これが解となる。

現代的な解法で解くとこのようになるが、和算ではこの解法が「７でわった余りに１５をかけ、５でわった余りに２１をかけ、３でわった余りに７０をかけ、それらを加えて得られた値から１０５をひけるだけひいたときの余り」というパターンとして、「百五減算」という名で親しまれた。

実際に子どもに用いる場合、「年齢当てゲーム」や「好きな数を当てよう」と称して楽しむことができる。年齢にすると１０５歳を超える数は登場しにくいので都合はよいが、教室にいる子どもの年齢が限定されるので好きな数当てにしてもよい。指導展開の一例は次のようになる。

Ｔ：家族の誰かの年齢を当てるゲームをします。

Ｔ：家族の誰かの年齢を決めてください。

Ｃ１:決めました。(お婆ちゃんの年齢で８６歳。Ｃ１さんの決めた数を皆で共有する。)

Ｔ：先生が、その方の年齢を当ててみます。

Ｃ：それは無理だと思う。

Ｔ１：その年齢を７で割ってください。今勉強しているわり算ですね。その余りを先生に教えてください。

Ｃ：余りは２です。(クラスのみんなも計算し、確認する。)

Ｔ２：今度は５で割って、余りを教えてください。

Ｃ：余りは１です。

Ｔ３：最後に、３で割って、余りを教えてください。

Ｃ：余りは２です。

Ｔ４：その方の年齢は８６です。

Ｃ：あたりです。どうしてわかったのか知りたいです。

Ｔ：このゲームは、江戸時代にみんなで楽しんだゲームの一つです。

４．減算の教材化

百五減算を用いてゲーム化すると、余りのあるわり算の練習問題だけをさせるよりも楽しく子どもが余りのあるわり算をしてくれるのではないかと捉えた。

百五減算を用いる場合の教具として、説明書と早見表（答えの一覧表）を用意する。

説明書

３でわった余り $\boxed{\mathrm{m}3}$ ×５×７× $\boxed{1}$ ＝ ①（ｍは余り、$\boxed{1}$を係数という。）

５でわった余り $\boxed{\mathrm{m}5}$ ×７×３× $\boxed{1}$ ＝ ②

７でわった余り $\boxed{\mathrm{m}5}$ ×３×５× $\boxed{2}$ ＝ ③

（①+②+③）$\underbrace{－１０５－１０５}$ ＝ 答え

１０５を引けるだけ引く。

早見表の作成に関して、[4] 群馬大学大学院理工学府電子情報部門の阿部らが、孫子算経（乗除系）の電子回路設計応用の一つとして、信号波形を複数サンプリング回路（各サンプリング周波数は異なる）で入力信号の周波数を推定することを検討している。自然数ｋと剰余表現（ここでいうｍ３、ｍ５等）の１対１対応の例として剰余定理は、ｍ３等からｋを求めるアルゴリズムとなるという報告がなされている。答の一覧表の作成に関する新しい研究がなされている情報は、この研究にとって心強いものである。

「百五減算」の早見表

3	5	7	術	3	5	7	術	3	5	7	術	3	5	7	術
0	0	0	0	0	0	1	1 5	0	0	2	3 0	0	0	3	4 5
1	1	1	1	1	1	2	1 6	1	1	3	3 1	1	1	4	4 6
2	2	2	2	2	2	3	1 7	2	2	4	3 2	2	2	5	4 7

0	3	3	3	0	3	4	18	0	3	5	33	0	3	6	48
1	4	4	4	1	4	5	19	1	4	6	34	1	4	0	49
2	0	5	5	2	0	6	20	2	0	0	35	2	0	1	50
0	1	6	6	0	1	0	21	0	1	1	36	0	1	2	51
1	2	0	7	1	2	1	22	1	2	2	37	1	2	3	52
2	3	1	8	2	3	2	23	2	3	3	38	2	3	4	53
0	4	2	9	0	4	3	24	0	4	4	39	0	4	5	54
1	0	3	10	1	0	4	25	1	0	5	40	1	0	6	55
2	1	4	11	2	1	5	26	2	1	6	41	2	1	0	56
0	2	5	12	0	2	6	27	0	2	0	42	0	2	1	57
1	3	6	13	1	3	0	28	1	3	1	43	1	3	2	58
2	4	0	14	2	4	1	29	2	4	2	44	2	0	3	59

以下略

しかし、余りのあるわり算の習熟程度が指導時期で異なり、いきなり１０５に近い数字を割られる数とするのは問題である。そこで、同じ思考で取り組めるのがこの「百五減算」とその仲間である。前述の和算用語集には、百五減算以外に同様の問題として、「御伽草子」にある「六十三減算」や「三百十五減算」が紹介されている。

そこで、本学の算数科教育法２で学ぶ学生に、他の減算を生み出せないかと提案した。学生が探し出し、解法を試案していくのだが、苦労していたのが係数を見つけ出すことだった。答えの早見表を作成した効果も学生相互で確かめ合った。

（１）「十五減算」の例。

説明書

３でわった余り $\boxed{m3}$ ×５× $\boxed{2}$ ＝　①　（$\boxed{}$を係数という。）

５でわった余り $\boxed{m5}$ ×７× $\boxed{2}$ ＝　②

（①+②）$\underbrace{－１５－}$＝　答え

１５を引けるだけ引く。

早見表

3	5	術	3	5	術	3	5	術	3	5	術
0	0	0	1	4	4	2	3	8	0	2	12
1	1	1	2	0	5	0	4	9	1	3	13
2	2	2	0	1	6	1	0	10	2	4	14
0	3	3	1	2	7	2	1	11	0	3	15

ex.　「8」をイメージした場合

８÷３＝２あまり２　より　２×５×$\boxed{2}$＝２０

８÷５＝１あまり３　より　３×３×$\boxed{2}$＝１８

２０+１８－１５－１５＝8

（２）「二十一減算」の例。（本学学生　根来ななの試案）

説明書

３でわった余り　$\boxed{m3}$　×７×　$\boxed{1}$　＝　①　（ｍは余り、$\boxed{}$は係数。）

７でわった余り　$\boxed{m7}$　×３×　$\boxed{5}$　＝　②

（①+②）$\underbrace{－２１－}$＝　答え

２１を引けるだけ引く。

早見表

3	7	術	3	7	術	3	7	術	3	7	術	3	7	術	3	7	術
0	0	0	1	4	4	2	1	8	0	5	1	1	2	1	2	6	2

											2			6			0
1	1	1	2	5	5	0	2	9	1	6	13	2	3	17	0	0	21
2	2	2	0	6	6	1	3	10	2	0	14	0	4	18			
0	3	3	1	0	7	2	4	11	0	1	15	1	5	19			

ex.　「**16**」をイメージした場合

１６÷３＝５あまり１　より　１×７×$\boxed{1}$＝７

１６÷７＝２あまり２　より　２×３×$\boxed{5}$＝３０

7+３０－２１＝１６

（３）「三十減算」の例。（本学学生辻好士美の試案）

説明書

２でわった余り　$\boxed{m2}$　×３×５×　$\boxed{1}$　＝①　（ｍは余り、$\boxed{}$は係数。）

３でわった余り　$\boxed{m3}$　×５×２×　$\boxed{1}$　＝②

５でわった余り　$\boxed{m5}$　×２×３×　$\boxed{1}$　＝③

（①+②+③）－３０－　＝　答え

３０を引けるだけ引く。

早見表

2	3	5	術	2	3	5	術	2	3	5	術	2	3	5	術
0	0	0	0	0	2	3	8	0	1	1	16	0	0	4	24
1	1	1	1	1	0	4	9	1	2	2	17	1	1	0	25
0	2	2	2	0	1	0	10	0	0	3	18	0	2	1	26
1	0	3	3	1	2	1	11	1	1	4	19	1	0	2	27

0	1	4	4	0	0	2	12	0	2	0	20	0	1	3	28
1	2	0	5	1	1	3	13	1	0	1	21	1	2	4	29
0	0	1	6	0	2	4	14	0	1	2	22	0	0	0	30
1	1	2	7	1	0	0	15	1	2	3	23				

ex.　「**23**」をイメージした場合

２３÷２＝１０あまり１　より　１×３×５×$\boxed{1}$＝１５

２３÷３＝７あまり２　より　２×５×２×$\boxed{1}$＝２０

２３÷５＝４あまり３　より　３×２×３×$\boxed{1}$＝１８

１５+２０+１８－３０＝２３

（４）「三十五減算」の例

説明書

５でわった余り　$\boxed{m5}$　×７×　$\boxed{3}$　＝①　（mは余り、$\boxed{}$は係数。）

７でわった余り　$\boxed{m7}$　×５×　$\boxed{3}$　＝②

（①+②）$\underbrace{－３５－}$　＝　答え

３５を引けるだけ引く。

早見表（省略）

（５）「六十三減算」の例。

説明書

７でわった余り　$\boxed{m7}$　×９×　$\boxed{4}$　＝①　（mは余り、$\boxed{}$は係数。）

９でわった余り　$\boxed{m9}$　×７×　$\boxed{4}$　＝②

（①+②）$\underbrace{－６３－}$　＝　答え

６３を引けるだけ引く。

早見表

7	9	術	7	9	術	7	9	術	7	9	術	7	9	術	7	9	術
0	0	0	3	1	10	6	2	20	2	3	30	5	4	40	1	5	50
1	1	1	4	2	11	0	3	21	3	4	31	6	5	41	2	6	51
2	2	2	5	3	12	1	4	22	4	5	32	0	6	42	3	7	52
3	3	3	6	4	13	2	5	23	5	6	33	1	7	43	4	8	53
4	4	4	0	5	14	3	6	24	6	7	34	2	8	44	5	0	54
5	5	5	1	6	15	4	7	25	0	8	35	3	0	45	6	1	55
6	6	6	2	7	16	5	8	26	1	0	36	4	1	46	0	2	56
0	7	7	3	8	17	6	0	27	2	1	37	5	2	47	1	3	57
1	8	8	4	0	18	0	1	28	3	2	38	6	3	48	2	4	58
2	0	9	5	1	19	1	2	29	4	3	39	0	4	49	3	5	59

以下略

ex.　「**59**」をイメージした場合

５９÷７＝８あまり３　より　　$3\times 9\times \boxed{4}=108$

５９÷９＝６あまり５　より　　$5\times 7\times \boxed{4}=140$

１０８+１４０－６３－６３－６３＝５９

解説

「7個ずつ引くときは３個余り、9個ずつ引くときは５個余るというとき、総数５９・・・」

まず、９で割り切れ、7で割ると１余る数を求める。

９ｘ＝７ｙ+1（ｘ、ｙは正の整数）の１つの解は　ｘ＝４、ｙ＝５

したがって、９ｘ＝７ｙ+1＝３６　これより３６×３＝１０８は9で割り切れ、7で割ると

３余る数である。

つぎに７で割り切れ９で割ると１余る数を求める。

７ｘ＝９ｙ+1（ｘ、ｙは正の整数）の１つの解は　ｘ＝４、ｙ＝３

このとき７ｘ＝９ｙ+1＝２８　したがって２８×５＝１４０は7で割り切れ、９で割ると

５余る数である。

以上より１０８+１４０＝２４８は条件を満たす数である。

７×９＝６３は、７でも９でも割り切れる数であるから　２４８－６３＝１８５、

１８５－６３＝１２２、１２２－６３＝５９　は条件を満たす数である。」

（６）「百六十五減算」の例。

説明書

３でわった余り　$\boxed{m\,3}$　×５×１１×　$\boxed{1}$　＝①　（mは余り、$\boxed{}$は係数。）

５でわった余り　$\boxed{m\,5}$　×１１×３×　$\boxed{2}$　＝②

11でわった余り　$\boxed{m\,11}$　×３×５×　$\boxed{3}$　＝③

（①+②+③）$\underbrace{－１６５－}$　＝　答え

１６５を引けるだけ引く。

早見表

3	5	1 1	術	3	5	1 1	術	3	5	1 1	術	3	5	1 1	術
0	0	0	0	0	0	4	1 5	0	0	8	3 0	0	0	1	4 5
1	1	1	1	1	1	5	1 6	1	1	9	3 1	1	1	2	4 6
2	2	2	2	2	2	6	1 7	2	2	1 0	3 2	2	2	3	4 7
0	3	3	3	0	3	7	1	0	3	0	3	0	3	4	4

							8				3				8
1	4	4	4	1	4	8	19	1	4	1	34	1	4	5	49
2	0	5	5	2	0	9	20	2	0	2	35	2	0	6	50
0	1	6	6	0	1	10	21	0	1	3	36	0	1	7	51
1	2	7	7	1	2	0	22	1	2	4	37	1	2	8	52
2	3	8	8	2	3	1	23	2	3	5	38	2	3	9	53
0	4	9	9	0	4	2	24	0	4	6	39	0	4	10	54
1	0	10	10	1	0	3	25	1	0	7	40	1	0	0	55
2	1	0	11	2	1	4	26	2	1	8	41	2	1	1	56
0	2	1	12	0	2	5	27	0	2	9	42	0	2	2	57
1	3	2	13	1	3	6	28	1	3	10	43	1	3	3	58
2	4	3	14	2	4	7	29	2	4	0	44	2	4	4	59

以下略

ex.　「**60**」をイメージした場合

６０÷３＝２０あまり０　より　０×５×１１×$\boxed{1}$＝０

６０÷５＝１２あまり０　より　０×１１×３×$\boxed{2}$＝０

６０÷１１＝５あまり５　より　５×３×５×$\boxed{3}$＝２２５

２２５－１６５＝６０

(7)「三百十五減算」の例。

説明書

５でわった余り $\boxed{m\ 5}$ ×７×９× $\boxed{7}$ ＝① （ｍは余り、$\boxed{}$は係数。）

７でわった余り $\boxed{m\ 7}$ ×９×５× $\boxed{5}$ ＝②

９でわった余り $\boxed{m\ 9}$ ×５×７× $\boxed{8}$ ＝③

（①+②+③）$\underbrace{－３１５－}$ ＝ 答え

３１５を引けるだけ引く。

早見表（省略）

ex. 「**158**」をイメージした場合

１５８÷５＝３１あまり３ より ３×７×９×$\boxed{7}$＝１３２３

１５８÷７＝２２あまり４ より ４×９×５×$\boxed{5}$＝９００

１５８÷９＝１７あまり５ より ５×５×７×$\boxed{8}$＝１４００

１３２３＋９００＋１４００－３１５×１１

＝３６２３－３４６５＝１５８

解説

「５ずつ引くときは３余り、７ずつ引くときは４余り、９ずつ引くときは５余るというとき、総数１５８・・・」

まず、５と７で割り切れ、９で割ると５余る数を求める。

５×７ｘ＝９ｙ+５（ｘ、ｙは正の整数）の１つの解は ５（７ｘ－１）＝９ｙ より

７ｘ－１＝９/５ｙ

これよりｙ＝１５、ｘ＝４を得る。

このとき ３５ｘ＝９ｙ+５＝１４０

つぎに７と９で割り切れ、５で割ると３余る数を求める。

７×９ｘ＝５ｙ+３（ｘ、ｙは正の整数）の１つの解は ｘ＝１、ｙ＝１２

このとき６３ｘ＝５ｙ+３＝６３

さらに９と５で割り切れ、７でわると４余る数を求める。

５×９ｘ＝７ｙ+4（ｘ、ｙは正の整数）の１つの解は　ｘ＝６、ｙ＝３８

このとき４５ｘ＝７ｙ+4＝２７０

以上により、１４０+６３+２７０＝４７３は条件を満たす数である。

一方　５×７×９＝３１５は、５、７、９で割り切れる数であるから

４７３－３１５＝１５８

１５８は条件を満たす数である。

５．まとめとして

この研究のスタート時点では、小学校 3 年生の教材化は可能であるかであった。「１０５」という数字に対して、もう少し小さい数字への変更は可能かと研究を進め、「十五減算」や「二十一減算」、「三十減算」等に取り組み、試案を作り上げていった。減算は、多様に存在する問題だと発見することができた。この発見により、第３学年「あまりのあるわり算」の教材として、習熟段階を考慮して有効に活用できる教材であると結論付けた。

この研究のもう一つの工夫は、答えの「早見表」の作成である。このアイデアによって、本来の目的である「あまりのあるわり算」をするだけでよく、ユニバーサルデザインの授業への接近も可能となった。また、答えの早見表は、新しい「減算」を考案する際の「係数」の発見に活用できることもわかった。

参考・引用文献

（１）吉田光由　「塵劫記」1627（寛永 4 年）

（２）大阪教育大学名誉教授　藤井正俊　「今なぜ和算なのか　－その教育的価値と限界について－」NPO 法人和算問題教材化研究会　2016．12　（講演記録より）

（３）佐藤健一ら　「和算用語集」研成社　2005．10

佐藤健一　「江戸のミリオンセラー『塵劫記』の魅力」　研成社　2005．5

（４）群馬大学大学院　阿部優大ら　「孫子算経（剰余系）の電子回路設計への応用」第１４回全国和算研究大会研究発表№11　2018．8．26